2017년 9급 지방직 수학 D형 해설지
남부고시온라인 유상현팀

1 정답 3번
2와 5를 가지고, 3은 가지지 않는 집합은
$2^{6-3}=8$

2 정답 2번
$E(2X+3)=2E(X)+3=13$
$E(X)=5=20p$
$p=\frac{1}{4}$

3 정답 1번
부등식을 $3n+1$로 나누고 극한을 취하면,
$\frac{6n}{3n+1}<a_n<\frac{6n+5}{3n+1}$
$\lim_{n\to\infty} a_n=2$
$\lim_{n\to\infty}(3a_n-2)=4$

4 정답 4번
다른 근은 $-1-\sqrt{2}$ 이므로
근과계수와의 관계에 의하여
$(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-a$
$a=2$
$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=b$
$b=-1$
$3a+2b=4$

5 3번
$f(a)=f(99)$이므로 a는 두자리의 정수
$g(a)=g(1200)$이므로 a의 숫자배열이 12와 같아야한다.
따라서 $a=12$
양의 약수의 개수는 6개

6 정답 3번
$y=x$대칭이므로 점근선의 교점이 $y=x$위에 있다.
따라서 $a=3$
$(1,-\frac{1}{2})$를 대입하면 $b=-2$
$a-b=5$

7 정답 1번
나눗셈의 관계식은 다음과 같다.
$f(x)=(3x-1)(x+2)Q(x)+2x+5$
$f(6x-5)$를 $2x-1$로 나눈 나머지는 $x=\frac{1}{2}$를 대입한 값과 같으므로 $f(-2)$ 이다.
$f(-2)=1$

8 정답 2번
$f(x)=\frac{2x^2-x+k}{x-2}$
모든 실수에서 연속이므로 $x=2$에서도 연속이어야 한다.
따라서 $\lim_{x\to 2} f(x)=f(2)$
$x\to 2$ 일 때 분모가 0이므로 분자도 0이어야 한다.
$k=-6$
$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-x+k}{x-2}=\lim_{x\to 2}(2x+3)=7$
$k+f(2)=-6+7=1$

9 정답 3번
주어진 식에 의해 다음을 알 수 있다.
$f(1)=-1,\ f'(1)=5$
$g(1)=3,\ g'(1)=2$

$h(x)$의 양변을 미분하고 1을 대입하면,
$$\begin{aligned}h'(1)&=2f(1)f'(1)+f'(1)g(1)+f(1)g'(1)\\&=3\end{aligned}$$

10 정답 1번
ㄱ. $z_0\overline{z_0}=(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)=1$ (참)
ㄴ. $(z_1z_2)(\overline{z_1z_2})=(z_1\overline{z_1})(z_2\overline{z_2})=1$ (참)
ㄷ. $z_1=a+bi,\ z_2=c+di$라 하면
$z_1\overline{z_1}=a^2+b^2=1,\ z_2\overline{z_2}=c^2+d^2=1$
$$\begin{aligned}(z_1+z_2)(\overline{z_1+z_2})&=(a+c+(b+d)i)(a+c-(b+d)i)\\&=(a+c)^2+(b+d)^2\\&=a^2+b^2+c^2+d^2+2(ac+bd)\\&=2+2(ac+bd)\end{aligned}$$
$ac+bd=-\frac{1}{2}$이면 1이 가능하다. (거짓)
반례) $a=1,\ b=0,\ c=-\frac{1}{2},\ d=\frac{\sqrt{3}}{2}$

11 정답 4번

$(g \circ f \circ g)(2) = g(2)$

$g(2) = k$라 하면 $f(k) = 2$

따라서 $k = 8$

12 정답 4번

$a_5 - a_7 = 4$이므로 $d = -2$

$a_{12} = a_3 + 9d = 11 - 18 = -7$

13 정답 1번

$x^2 - 5x - a = 0$의 두 근이 2, b이므로

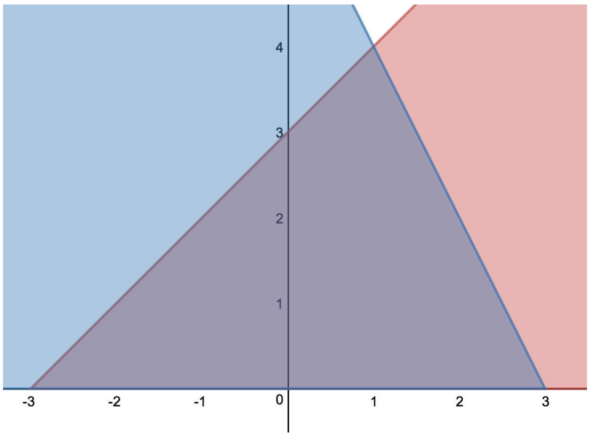
$b = 3$, $a = -6$

$a + b = -3$

14 정답 2번

부등식의 영역은 다음과 같다.

(겹쳐진 부분 중 $x \geq 0$인 부분)



$x + y = k$라 하면 $y = -x + k$ 이므로

$x + y$의 최댓값은

위의 영역과 만나는 기울기가 -1인 직선 중 y절편의 최댓값과 같다.

두 직선의 교점을 지날 때 최댓값이므로

$k = 5$

15 정답 1번

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 8$

중심이 (2, -1), 반지름이 $\sqrt{8}$인 원

교집합이 공집합이 아니므로 원과 직선이 만나야 한다.

중심에서 직선까지의 거리 < 원의 반지름

$$\frac{|2+1+k|}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{8}$$

$|3+k| \leq 4$

만족하는 정수 k는 9개

16 정답 2번

9명의 평균이 70이하이면 정상적으로 작동한다.

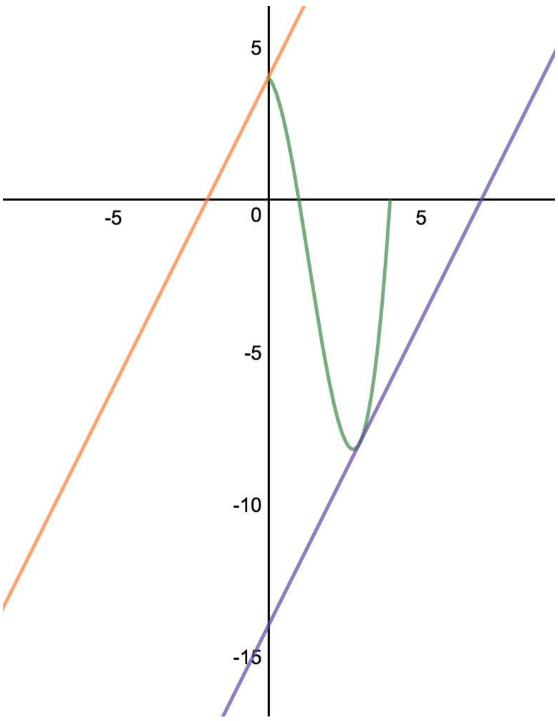
9명을 임의추출했을 때의 평균 $\overline{X}$는 $N(61,\ 6^2)$을 따른다.

$P(\overline{X} \leq 70) = P(Z \leq 1.5) = 0.5 + 0.4332 = 0.9332$

17 정답 4번

$2a-b=k$라 하면 $b=2a-k$

삼차함수의 그래프의 해당영역과 만나는 기울기가 2인 직선 중 k의 최댓값과 최솟값을 구하면 된다.



그래프에서 알 수 있듯이 (0,4)를 지날 때와 아래쪽에서 접할 때의 k값이 최댓값과 최솟값이다.

$x=3$일 때 접선의 기울기가 2이므로 접점은 (3, -8)

k의 최솟값은 (0, 4)를 지날 때 -4,

k의 최댓값은 (3, -8)을 지날 때 14

따라서 합은 10

18 정답 2번

그래프의 기본적인 형태는 $a>0$, $b<0$이다.

시작점이 원점 기준 아래에 있으므로 $d<0$

시작점이 원점 기준 오른쪽에 있으므로 $\frac{c}{b}>0$, $c<0$

따라서 $a>0$, $b<0$, $c<0$, $d<0$

$y=abx+cd$의 기울기는 음수이고 y절편이 양수이므로 그래프의 개형은 2번

19 정답 2번

$y=x$와 $y=x^3-ax^2$의 교점 중 원점이 아닌 점의 x좌표를 각각, c, d(c<d)라 하면

$x^3-ax^2-x=x(x^2-ax-1)=0$의 두 근이 c, d이므로 근과계수와의 관계에 의하여 $c+d=a$, $cd=-1$

$c^2+d^2=a^2+2$

$c^3+d^3=a^3+3a$

$c^4+d^4=a^4+4a^2+2$

두 직선이 이루는 부분의 넓이는

$$\left|\int_c^0 \{f(x)-x\}dx+\int_0^d \{x-f(x)\}dx\right|=\frac{11}{4}$$

식을 정리하면 다음과 같다.

$$-\frac{1}{4}(c^4+d^4)+\frac{a}{3}(c^3+d^3)+\frac{1}{2}(c^2+d^2)=\frac{11}{4}$$

위에서 구해놓은 값을 대입하여 정리하면,

$a^4+6a^2-27=0$

$(a^2+9)(a^2-3)=0$

따라서 $a^2=3$

20 정답 4번

$a>0$인 경우

점 $(2,\ 1)$ 아래쪽을 지나야 하므로 $4a+b\leqq -1$

점 $(1,-1)$ 위쪽을 지나야 하므로 $a+b\geqq -1$

두 직선의 교점이 $(\frac{2}{3},-\frac{5}{3})$이므로

공통 부분의 넓이는 $\frac{2}{3}$

$a<0$인 경우

점 $(1,\ 1)$ 아래쪽을 지나야 하므로 $a+b\leq 1$

점 $(2,-1)$ 위쪽을 지나야 하므로 $4a+b\geq -1$

두 직선의 교점이 $(-\frac{2}{3},\frac{5}{3})$이므로

공통부분의 넓이는 $\frac{2}{3}$

따라서 $(a,\ b)$ 전체 영역의 넓이는 $\frac{4}{3}$